

A1^{0.40} Выразите напряжение на резисторе $U_R(t)$, и ток через него $I_R(t)$ через $U_l(x, t)$, $U_r(x, t)$, $I_l(x, t)$, $I_r(x, t)$ и $\mathcal{E}(t)$. Получите выражение, связывающее $U_l(0, t)$ и $U_r(0, t)$. Выражение может содержать $R, Z, \mathcal{E}(t)$.

Падение напряжения на резисторе равно $U_R(t) = \mathcal{E}(t) - (U_l(0, t) + U_r(0, t))$, а ток - $I_R(t) = \frac{U_R(t)}{R} = I_l(0, t) + I_r(0, t) = \frac{1}{Z}(U_r(0, t) - U_l(0, t))$. Отсюда получаем:

$$\frac{\mathcal{E}(t)}{R} - \frac{U_l(0, t)}{R} - \frac{U_r(0, t)}{R} = \frac{U_r(0, t)}{Z} - \frac{U_l(0, t)}{Z} \implies$$

Ответ:

$$\frac{\mathcal{E}(t)}{2} - U_r(0, t) = \frac{R - Z}{R + Z} \left(\frac{\mathcal{E}(t)}{2} - U_l(0, t) \right)$$

Любые эквивалентные формы ответа валидны, но выписанная выше наиболее удобна для анализа.

A2^{1.10} Найдите зависимость напряжения $U_{\text{OSC}}(t)$ на осциллографе от времени.

Обозначим для удобства $U_n = U_0 \left(1 - \left(\frac{R - Z}{R + Z} \right)^n \right)$. В начальный момент времени $U_l(0, 0) = 0$, $U_r(0, 0) = U_1/2$. Волна, распространяющаяся вправо, за время L/v добежит до осциллографа и отражается от края двухпроводной линии. Ещё через время L/v бегущая влево волна возвращается к резистору, и тогда $U_l(0, 2L/v) = U_1/2 \implies U_l(0, 2L/v) = U_2/2$. Далее процесс переотражения бегущих волн повторяется, и через время $2nL/v$ напряжение $U_l(x = 0)$ достигает $U_n/2$, а напряжение $U_r(x = 0) = U_{n+1}/2$. Отсюда приходим к итоговому результату:

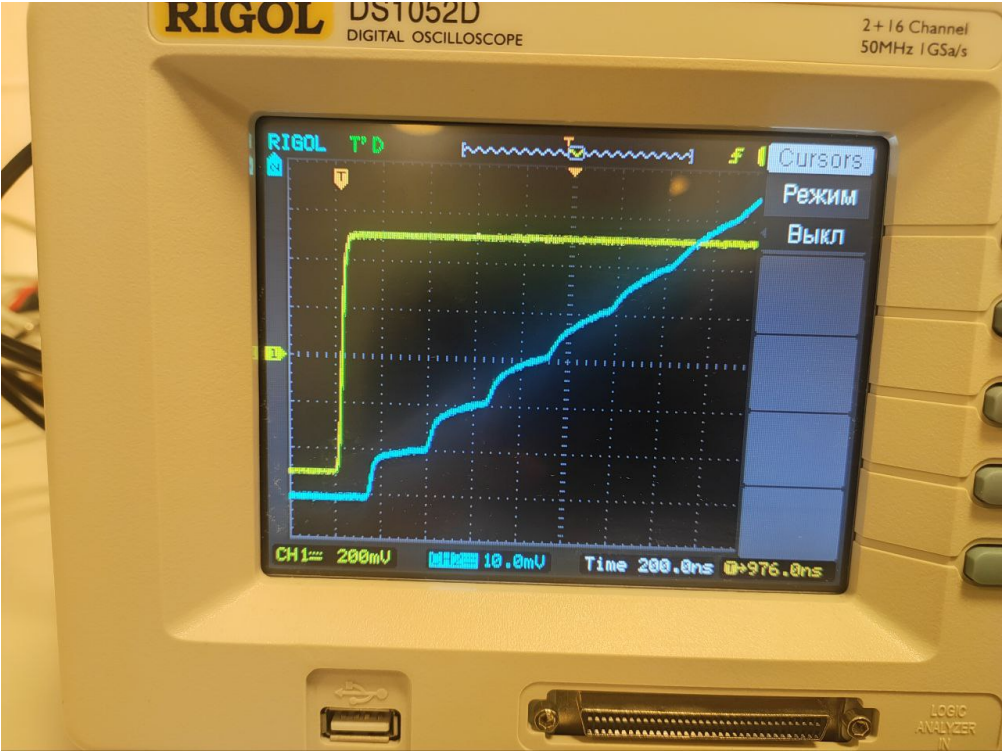
Ответ:

$$U_{\text{OSC}}(t) = U_0 \left[1 - \left(\frac{R - Z}{R + Z} \right)^{\left\lfloor \frac{Vt}{2L} + \frac{1}{2} \right\rfloor} \right]$$

A3^{0.70} Подав с генератора прямоугольный сигнал, снимите зависимость напряжения от времени. Запишите моменты времени t_n , когда произошло n -тое скачкообразное увеличение напряжения, и значения напряжения U_n сразу после этого.

Ступенчатая лесенка напряжения появляется на масштабах времени порядка $L/c \sim 10^{-8} \dots 10^{-7}$ с, поэтому её видно только на масштабах порядка ~ 100 нс. Хотя при большем количестве участков кабеля лесенка становится чётче, количество несмазанных «ступенек» всё ещё невелико, поэтому измерения необходимо проводить при большом числе участков кабеля.

Характерный вид лесенки показан на фотографии ниже:



A4^{2.80} Повторите предыдущий пункт, подсоединяя большее количество участков кабеля (от 2 до 5 включительно).

$m = 1$ участок кабеля:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$(2n - 1)m$	1	3	5	7	9	11	13	15

$m = 2$ участка кабеля:

$t_n, \text{ нс}$	44	95,2	151	205	258	314	365	424
$\Delta t_n, \text{ нс}$	18	17	19	18	18	19	17	20
$U, \text{ мВ}$	-479	-470	-460	-451	-442	-433	-424	-415
$\Delta U, \text{ мВ}$	3	3	3	3	3	3	3	3
u	-0,479	-0,47	-0,46	-0,451	-0,442	-0,433	-0,424	-0,415
Δu	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003

$m = 3$ участка кабеля:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$(2n - 1)m$	2	6	10	14	18	22	26	30
$t_n, \text{ нс}$	28	130	238	338	448	548	656	756
$\Delta t_n, \text{ нс}$	35	34	36	33	37	33	36	33
$U, \text{ мВ}$	-479	-469	-459	-450	-440	-431	-422	-413
$\Delta U, \text{ мВ}$	3	3	3	3	3	3	3	3
u	-0,479	-0,469	-0,459	-0,45	-0,44	-0,431	-0,422	-0,413
Δu	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003

$m = 4$ участка кабеля:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$(2n - 1)m$	3	9	15	21	27	33	39	45
$t_n, \text{ нс}$	50	210	364	520	680	834	988	1150
$\Delta t_n, \text{ нс}$	52	53	51	52	53	51	51	54
$U, \text{ мВ}$	-489	-478	-469	-459	-449	-440	-430	-421
$\Delta U, \text{ мВ}$	4	4	3	3	3	3	3	3
u	-0,489	-0,478	-0,469	-0,459	-0,449	-0,44	-0,43	-0,421
Δu	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003

$m = 5$ участков кабеля:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$(2n - 1)m$	4	12	20	28	36	44	52	60
$t_n, \text{ нс}$	80	284	496	704	906	1120	1320	1530
$\Delta t_n, \text{ нс}$	69	68	71	69	67	71	67	70
$U, \text{ мВ}$	-489	-479	-468	-458	-449	-439	-430	-420
$\Delta U, \text{ мВ}$	3	3	4	3	3	3	3	3
u	-0,489	-0,479	-0,468	-0,458	-0,449	-0,439	-0,43	-0,42
Δu	0,003	0,003	0,004	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$(2n - 1)m$	5	15	25	35	45	55	65	75
$t_n, \text{ нс}$	104	360	616	876	1120	1390	1660	1900
$\Delta t_n, \text{ нс}$	84	85	85	87	81	90	90	80

U , мВ	-489	-479	-469	-459	-449	-439	-429	-420
ΔU , мВ	3	3	3	3	3	3	3	3
u	-0,489	-0,479	-0,469	-0,459	-0,449	-0,439	-0,429	-0,42
Δu	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003

A5 1.00 Пренебрегая длиной кабелей, используемых для подключения генератора, линеаризуйте зависимости $u(n, m)$ и $t(n, m)$. Постройте график линеаризованной зависимости $u(n, m)$ и определите сопротивление R выданного резистора, если волновое сопротивление кабеля равно 50 Ом. Постройте линеаризованный график зависимости $t(n, m)$ и определите скорость v распространения волн в коаксиальном кабеле. Приведите погрешности результатов.

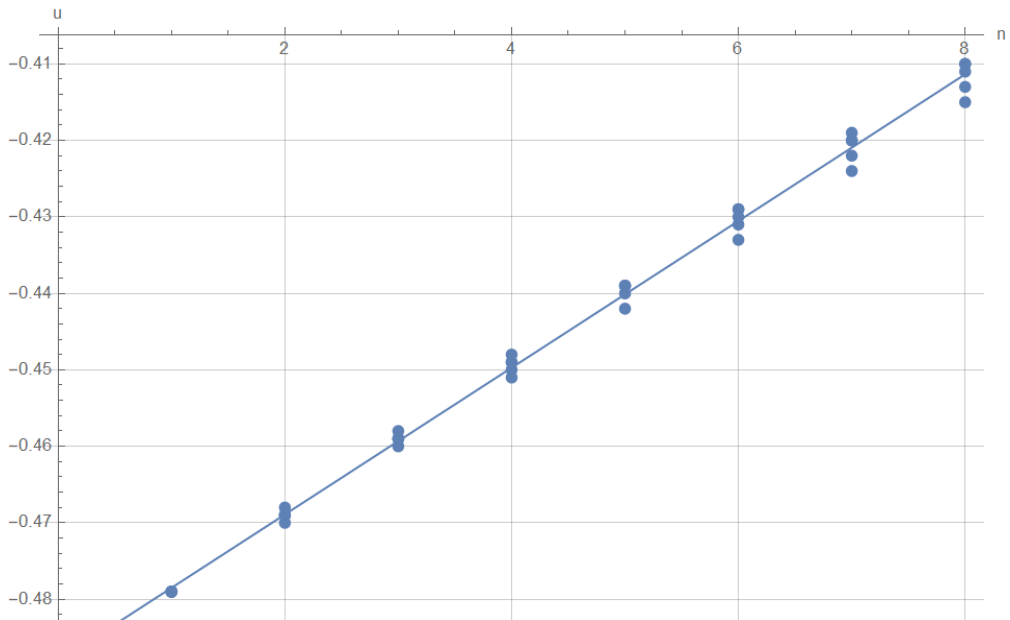
Для m подключенных участков кабеля будем иметь:

$$t(n, m) = (2n - 1)mL_0/v, \quad L_0 = 5 \text{ м.}$$

Линеаризация -- $t((2n - 1)m)$ с угловым коэффициентом L_0/v . Поскольку напряжение на несмазанной части лесенки много меньше напряжения U_0 , для него можно в первом приближении записать:

$$U_n = U_0 \left(1 - \left(\frac{R - Z}{R + Z} \right)^n \right) \approx \frac{2nZ}{R} U_0.$$

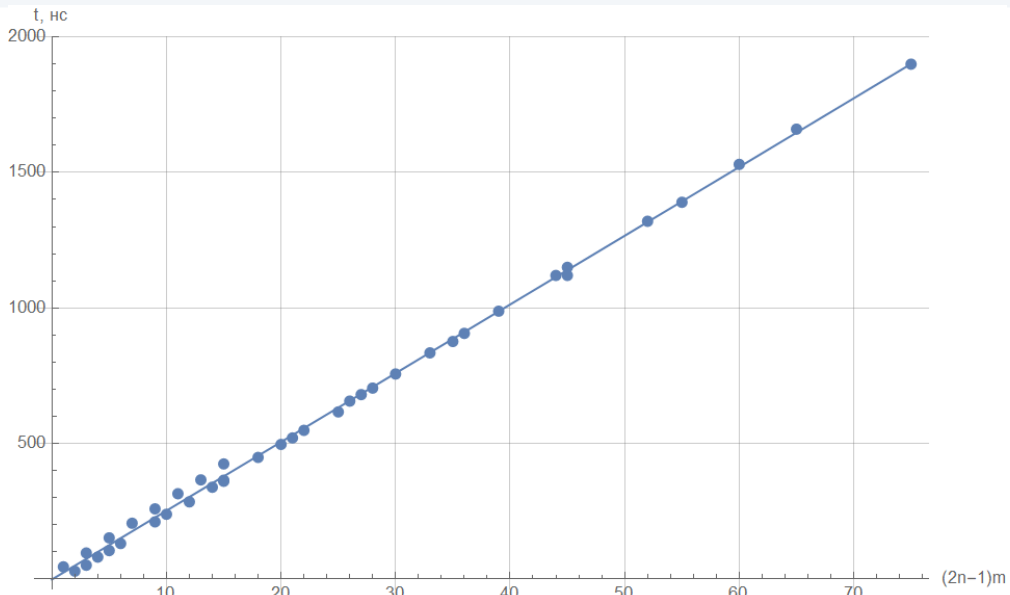
Поэтому удобная линеаризация -- $u(n)$, а её угловой коэффициент равен $2Z/R$.



Угловой коэффициент зависимости $u(n)$ равен $\frac{2Z}{R} = 9.6 \cdot 10^{-3}$, погрешность оценим как $\varepsilon_R \sim 2\Delta u / (u_{\max} - u_{\min}) \approx 9\%$, тогда:

Ответ:

$$R = (10.4 \pm 0.9) \text{ кОм}$$



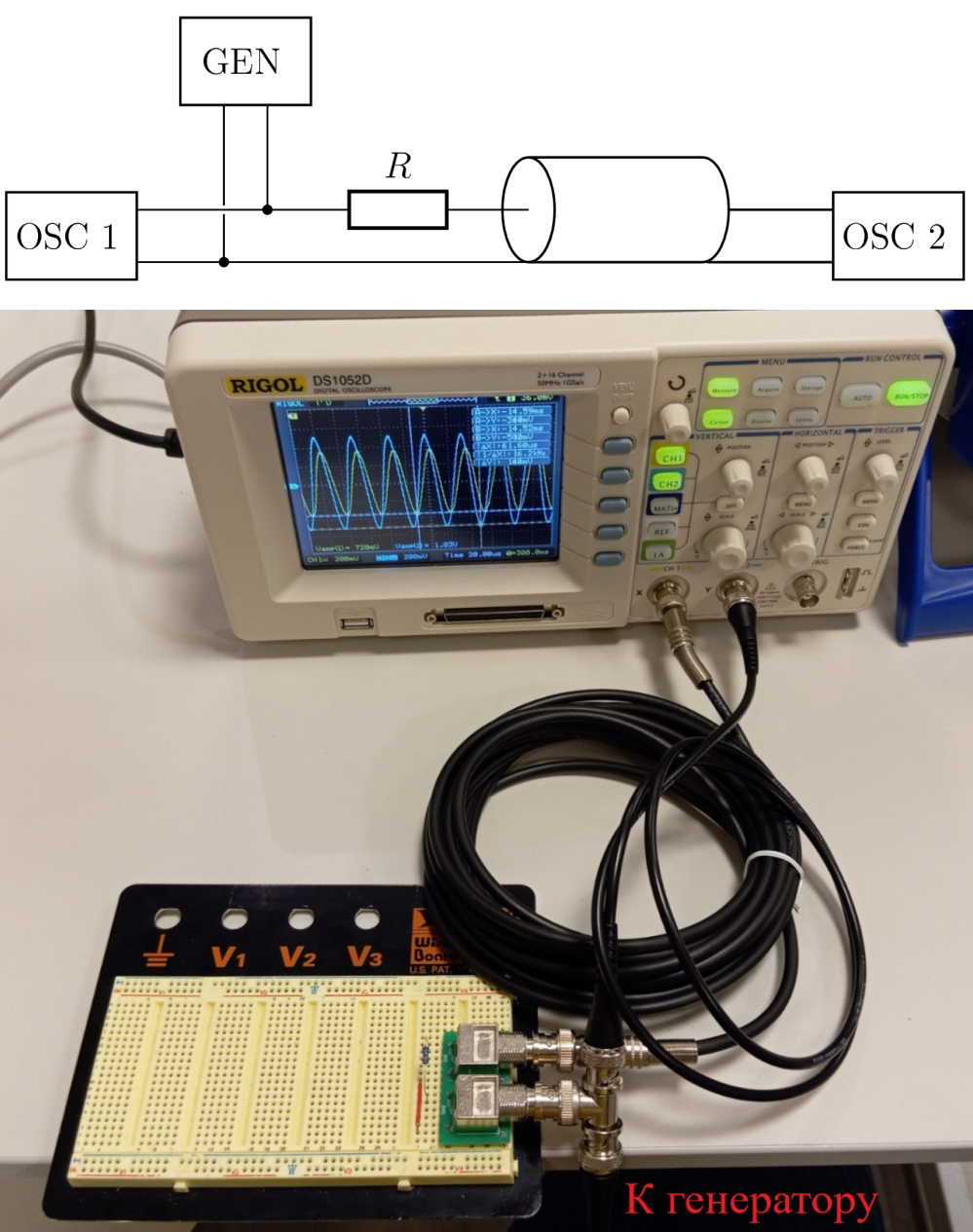
Угловой коэффициент зависимости $t(m(2n - 1))$ равен $\frac{L_0}{v} = 25.4 \text{ нс}$, погрешность оценим как $\varepsilon_v \sim 2\Delta t / (t_{\max} - t_{\min}) \approx 9\%$, тогда:

Ответ:

$$v = (1.97 \pm 0.18) \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

В1^{1.50} Пренебрегая собственной ёмкостью кабелей, используемых для подключения генератора и осциллографа, предложите схему, позволяющую определить ёмкость коаксиального кабеля на единицу длины. Проведите измерения для разного количества участков кабеля и определите его ёмкость на единицу длины. Зная волновое сопротивление кабеля, найдите его индуктивность на единицу длины. Оцените погрешность полученных результатов.

Самый удобный вариант подключения:



Будем измерять отношение амплитуд сигнала на кабеле (конденсаторе) и всей цепи. Поскольку в такой цепи:

$$\left| \frac{U_{RC}}{U_C} \right|^2 = \left| \frac{R + \frac{1}{i\omega C}}{\frac{1}{i\omega C}} \right|^2 = 1 + 4\pi^2 R^2 L_0^2 C^2 \cdot m^2 f^2.$$

Используем линейризацию $\left| \frac{U_{RC}}{U_C} \right|^2 (m^2 f^2)$. Входное напряжение всюду равно $U_{RC} = 1$ В. Поскольку погрешность значения сопротивления резистора уже достигает 5 — 10 %, погрешностью осциллографа можем пренебречь.

$m = 1$ участок кабеля:

f , кГц	10	20	30	40	50	60	70
U_C , мВ	938	810	695	585	504	436	378
$m^2 f^2$, 10^9 Гц^2	0.1	0.4	0.9	1.6	2.5	3.6	4.9
$(1 \text{ В}/U_C)^2$	1.14	1.52	2.07	2.92	3.94	5.26	7.00

$m = 2$ участка кабеля:

f , кГц	10	20	30	40	45	50	55	60
U_C , мВ	821	590	446	344	315	282	260	234
$m^2 f^2$, 10^9 Гц^2	0.4	1.6	3.6	6.4	8.1	10.0	12.1	14.4
$(1 \text{ В}/U_C)^2$	1.48	2.87	5.03	8.45	10.08	12.57	14.79	18.26

$m = 3$ участка кабеля:

f , кГц	5	10	15	20	25	30	35
U_C , мВ	889	723	552	448	368	314	274
$m^2 f^2$, 10^9 Гц^2	0.23	0.90	2.03	3.60	5.63	8.10	11.03

$(1\text{ В}/U_C)^2$	1.27	1.91	3.28	4.98	7.38	10.14	13.32
----------------------	------	------	------	------	------	-------	-------

f , кГц	5	10	13	16	19	22	25
-----------	---	----	----	----	----	----	----

U_C , мВ	823	600	505	427	368	323	286
------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

$m^2 f^2$, 10^9 Гц^2	0.40	1.60	2.70	4.10	5.78	7.74	10.00
--------------------------------	------	------	------	------	------	------	-------

$(1\text{ В}/U_C)^2$	1.48	2.78	3.92	5.48	7.38	9.59	12.23
----------------------	------	------	------	------	------	------	-------

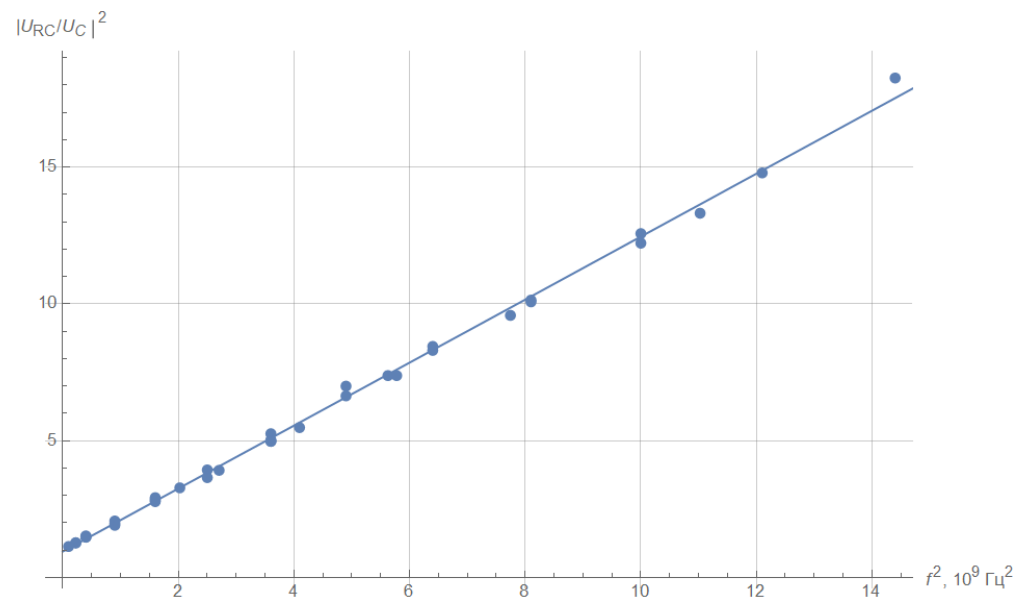
$m = 5$ участков кабеля:

f , кГц	3	6	8	10	12	14	16
-----------	---	---	---	----	----	----	----

U_C , мВ	885	711	596	523	448	388	347
------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

$m^2 f^2$, 10^9 Гц^2	0.23	0.9	1.6	2.5	3.6	4.9	6.4
--------------------------------	------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

$(1\text{ В}/U_C)^2$	1.28	1.98	2.82	3.66	4.98	6.64	8.31
----------------------	------	------	------	------	------	------	------



Угловой коэффициент $4\pi^2 R^2 L_0^2 \mathcal{C}^2 = 1.15 \cdot 10^{-9}\text{ Гц}^{-2}$, откуда $\mathcal{C} = 1.04 \cdot 10^{-10}\text{ Ф/м}$. Погрешность оценим как $\sim 10\%$, тогда:

Ответ:

$$\mathcal{C} = (1.04 \pm 0.10) \cdot 10^{-10}\text{ Ф/м}$$

Поскольку $Z = \sqrt{\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{C}}}$, индуктивность кабеля на единицу длины $\mathcal{L} = Z^2 \mathcal{C} = 2.6 \cdot 10^{-7}\text{ Гн/м}$.

Ответ:

$$\mathcal{L} = (2.6 \pm 0.2) \cdot 10^{-7}\text{ Гн/м}$$

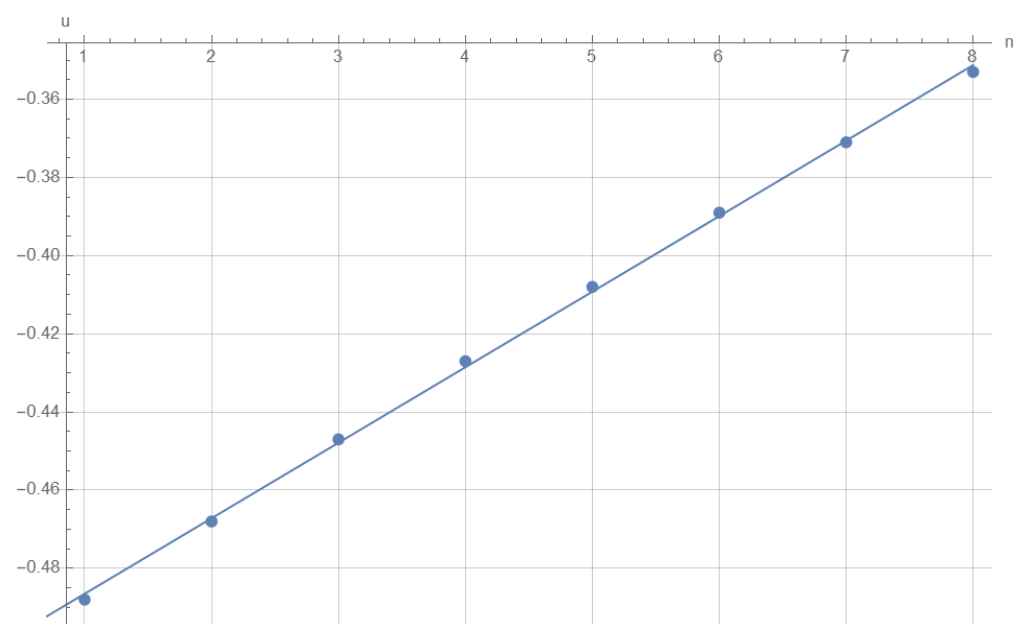
С1 1.00

 Подав с генератора прямоугольный сигнал, снимите зависимость напряжения от времени, а именно найдите моменты времени t_n , когда произошло n -тое скачкообразное увеличение напряжения, и значения напряжения U_n сразу после этого.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$2n - 1$	1	3	5	7	9	11	13	15
t_n , нс	24	134	232	338	436	548	648	750
Δt_n , нс		110	98	106	98	112	100	102
U , мВ	-488	-468	-447	-427	-408	-389	-371	-353
ΔU , мВ		20	21	20	19	19	18	18
u	-0,488	-0,468	-0,447	-0,427	-0,408	-0,389	-0,371	-0,353
Δu		0,02	0,021	0,02	0,019	0,019	0,018	0,018

C2 1.50

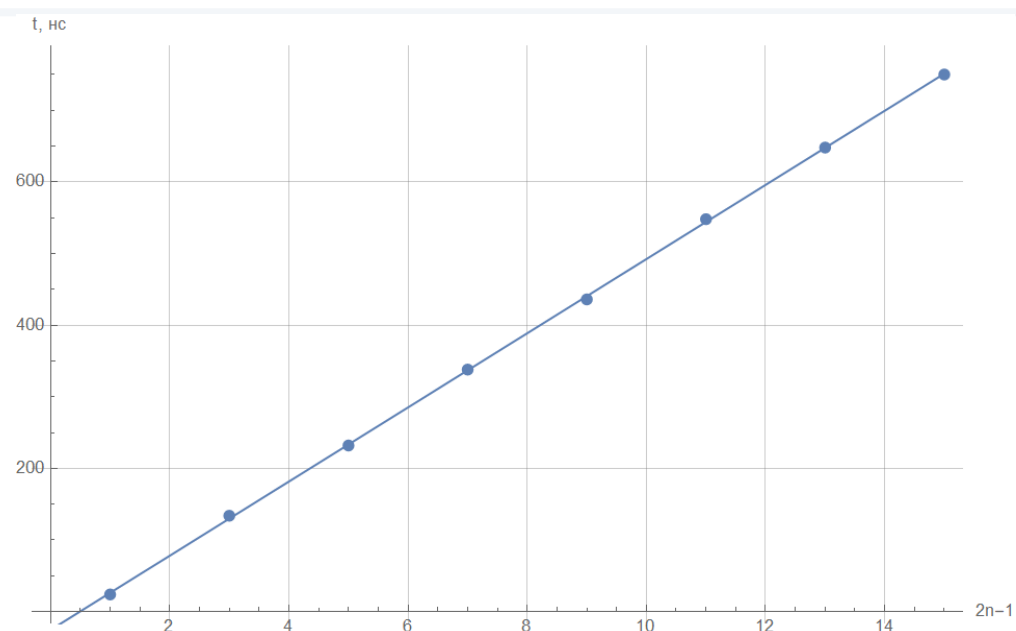
Найдите скорость v распространения сигнала в витой паре и её волновое сопротивление Z . Приведите погрешности полученных результатов.



Угловой коэффициент зависимости $u(n)$ равен $\frac{2Z}{R} = 1.93 \cdot 10^{-2}$, погрешность оценим как $\varepsilon_Z \sim 2\Delta u / (u_{\max} - u_{\min}) \approx 15\%$, тогда:

Ответ:

$$R = (100 \pm 20) \text{ Ом}$$



Угловой коэффициент зависимости $t(2n - 1)$ равен $\frac{L_0}{v} = 51.8 \text{ нс}$, погрешность оценим как $\varepsilon_v \sim 2\Delta t / (t_{\max} - t_{\min}) \approx 9\%$, тогда:

Ответ:

$$v = (1.93 \pm 0.18) \cdot 10^8 \text{ м/с}$$