

Road to IPhO

Газ с переменной теплоемкостью (9 баллов)

Обычно при изучении идеальных газов считается, что их молярная теплоемкость C_V при постоянном объеме – константа, не зависящая от температуры и определяемая числом атомов в молекуле газа. Однако на самом деле эта теплоемкость может меняться. При очень низких температурах тепловой энергии оказывается недостаточно, чтобы вызвать вращательное движение молекул, и их можно рассматривать как одноатомные. Поэтому теплоемкость при низких температурах оказывается ниже, чем при высоких. В этой задаче мы рассмотрим несколько случаев меняющейся теплоемкости. При этом уравнение состояния идеального газа (то есть связь давления, объема и температуры) не меняется.

Часть А. Теплоемкость, линейно зависящая от температуры (5.7 баллов)

В этой части будем считать, что во всем интересующем нас интервале температур теплоемкость одного моля газа при постоянном объеме зависит от температуры как $C_V = C_0 + aT$ ($C_0, a > 0$ – известные постоянные, не зависящие от температуры). Все процессы производятся с одним молем газа. Во всех ответах этой части можно использовать величины C_0, a , а также универсальную газовую постоянную R .

A1 Определите зависимость внутренней энергии такого газа от температуры. Считайте, что при $T = 0$ внутренняя энергия равна нулю. **0.5**

A2 Чему равна теплоемкость газа C_P при постоянном давлении при заданной температуре T ? **0.3**

A3 Пусть с газом производится изохорный процесс, при котором давление увеличивается от p_1 до p_2 , объем равен V . Найдите подведенное количество теплоты Q_V . **0.4**

A4 Пусть с газом производится изобарный процесс, начальный объем равен V_1 , конечный V_2 , давление p . Найдите подведенное количество теплоты Q_P . **0.4**

A5 Рассмотрим цикл 123, состоящий из процесса 1 – 2, в котором давление прямо пропорционально объему, изохоры 2 – 3 и изобары 3 – 1. При этом известно, что $V_2 = 2V_1$, а теплоемкости при постоянных объемах в точках 1 и 2 связаны соотношением $C_{V2} = 1.5C_{V1}$. Определите коэффициент полезного действия этого цикла. Найдите численное значение. Значение $C_0 = 3R/2$. **1.5**

A6 Рассмотрим адиабатический процесс, совершаемый с газом. Получите соотношение между бесконечно малыми приращениями объема dV и температуры dT . Ответ выразите через C_0, a, T, V, R . **0.5**

A7 Из соотношения в предыдущем пункте получите уравнение адиабаты, связывающее T и V вида **0.9**

$$f(T, V) = \text{const},$$

в функцию f могут также входить C_0, a, R .

A8 Рассмотрим цикл Карно 1234, состоящий из изотерм 12 и 34 и адиабат 23 и 41. Выразите объемы V_3, V_4 через V_1, V_2 , температуры на изотермах $T_+ = T_1 = T_2, T_- = T_3 = T_4$ и параметры газа C_0, a, R . **0.4**

A9 Прямым вычислением (не используя общей формулы) покажите, что коэффициент полезного действия цикла Карно такой же, как и для идеального газа с постоянной теплоемкостью. **0.8**

Road to IPhO

Часть В. Кусочно-линейная теплоемкость (3.3 балла)

В качестве более реалистичной модели зависимости теплоемкости газа от температуры можно предложить следующее. При $T < T_1$ теплоемкость C_V постоянна и равна теплоемкости одноатомного газа $C_1 = 3R/2$. В интервале температур $T_1 < T < T_2$ теплоемкость растет по линейному закону, достигая при $T = T_2$ значения $C_2 = 5R/2$, отвечающего двухатомному газу. Далее теплоемкость остается постоянной. Будем рассматривать один моль такого газа, для которого $T_2 = 2T_1$. Пусть начальная температура газа равна $T_A = T_1/2$. Будем различными способами увеличивать температуру газа до $T_B = 3T_1$.

В1 Найдите количество теплоты, которое нужно подвести к газу при изохорном нагревании Q_V . Выразите ответ через T_1, R . **1.0**

В2 Найдите количество теплоты, которое нужно подвести к газу при изобарном нагревании Q_P . Выразите ответ через T_1, R . **0.5**

В3 Пусть начальный объем газа равен V_0 . Чему будет равен конечный объем, если увеличение температуры производилось адиабатически? Найдите совершенную в этом процессе работу. Выразите ответы через T_1, R, V_0 . **1.8**