

A1^{0.20} Выразите молярную долю воды n_w в растворе через массовую долю глицерина w_g , μ_w и μ_g .

Количество вещества в смеси определяется как:

$$\nu = \frac{m}{\mu},$$

где m - масса вещества, а μ - его молярная масса.

Запишем формулу для молярной концентрации воды:

$$n_w = 1 - n_g = 1 - \frac{\nu_g}{\nu_g + \nu_w},$$

отсюда:

Ответ:

$$n_w = 1 - \frac{w_g \mu_w}{\mu_g - w_g (\mu_g - \mu_w)}$$

A2^{1.50} Используя уравнение (1), пересчитайте значения T_g в значения w_g .

Методом table или методом простых итераций с $a = 0.9$, получим:

Ответ:

T_g , К	w_g	η , Па · с
195.2	1.000	0.906
194.8	0.996	0.839
194.6	0.994	0.767
193.9	0.987	0.655
193.1	0.979	0.558
191.8	0.965	0.479
190.8	0.954	0.373
188.6	0.930	0.202
183.4	0.869	0.0674
173.0	0.728	0.0278
170.0	0.682	0.0134
154.6	0.384	0.0026
149.3	0.252	0.0017
143.8	0.100	0.0012
140.3	0	0.0009

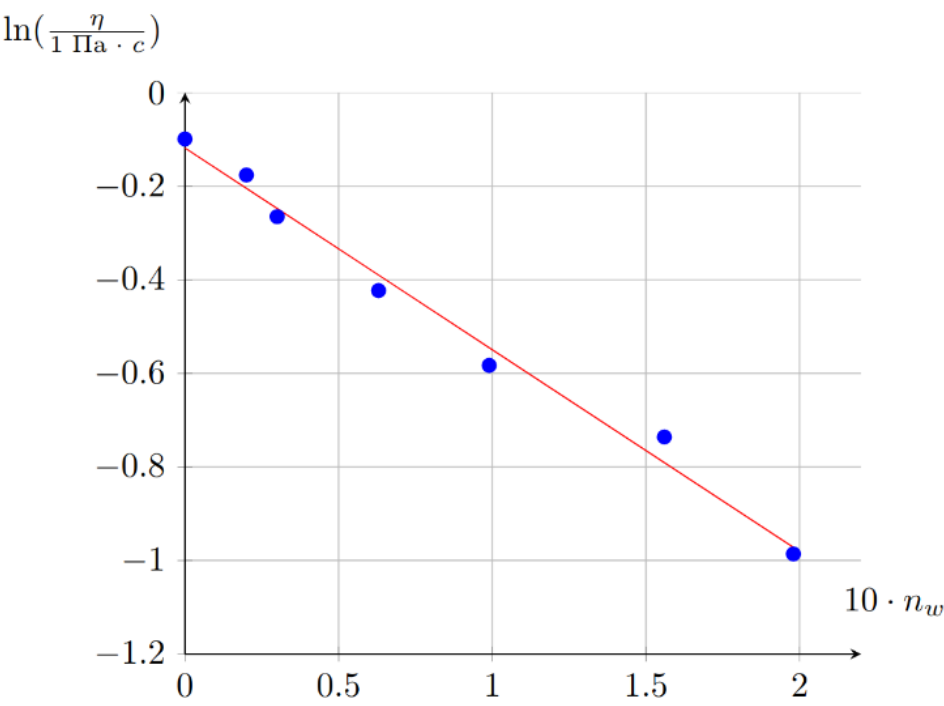
A3^{0.60} Предложите линеаризацию, описывающую систему с малой молярной долей воды, с помощью которой можно будет определить параметры ξ и k . Постройте график линеаризованной зависимости. Определите параметры ξ и k , используя полученный график.

Произведём пересчёт точек в зависимость $\ln \frac{\eta}{1 \text{ Па} \cdot \text{с}}(n_w)$.

T_g , К	w_g	η , Па · с	n_w	$\ln \eta$
195.2	1.000	0.906	0	-0.099
194.8	0.996	0.839	0.020	-0.176

194.6	0.994	0.767	0.030	-0.265
193.9	0.987	0.655	0.063	-0.423
193.1	0.979	0.558	0.099	-0.583
191.8	0.965	0.479	0.156	-0.736
190.8	0.954	0.373	0.198	-0.986
188.6	0.930	0.202	0.278	-1.600
183.4	0.869	0.0674		
173.0	0.728	0.0278		
170.0	0.682	0.0134		
154.6	0.384	0.0026		
149.3	0.252	0.0017		
143.8	0.100	0.0012		
140.3	0	0.0009		

Построим график полученной зависимости в диапазоне $n_w \in [0, 0.2]$.



$$\ln \frac{\eta}{1 \text{ Па} \cdot \text{с}}(n_w)$$

Аппроксимируя зависимость прямой, получим:

$$k = 4.31,$$

$$\ln \frac{\xi}{1 \text{ Па} \cdot \text{с}} = -0.12,$$

откуда следует:

Ответ:

$$k = 4.31$$

$$\xi = 0.887 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

А4
0.50

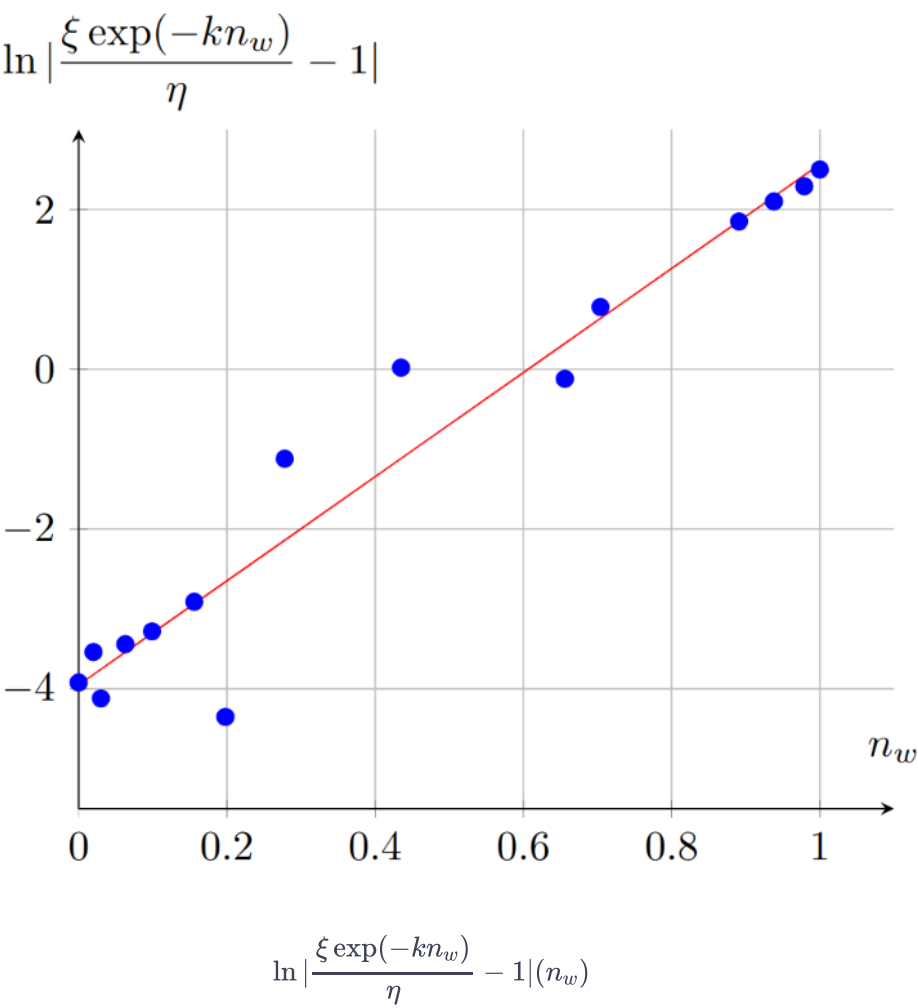
Зная параметры ξ и k предложите линеаризацию, позволяющую определить значения параметров a и b . Постройте график линеаризованной зависимости. По прямолинейному участку определите a и b .

Продолжим пересчёт точек:

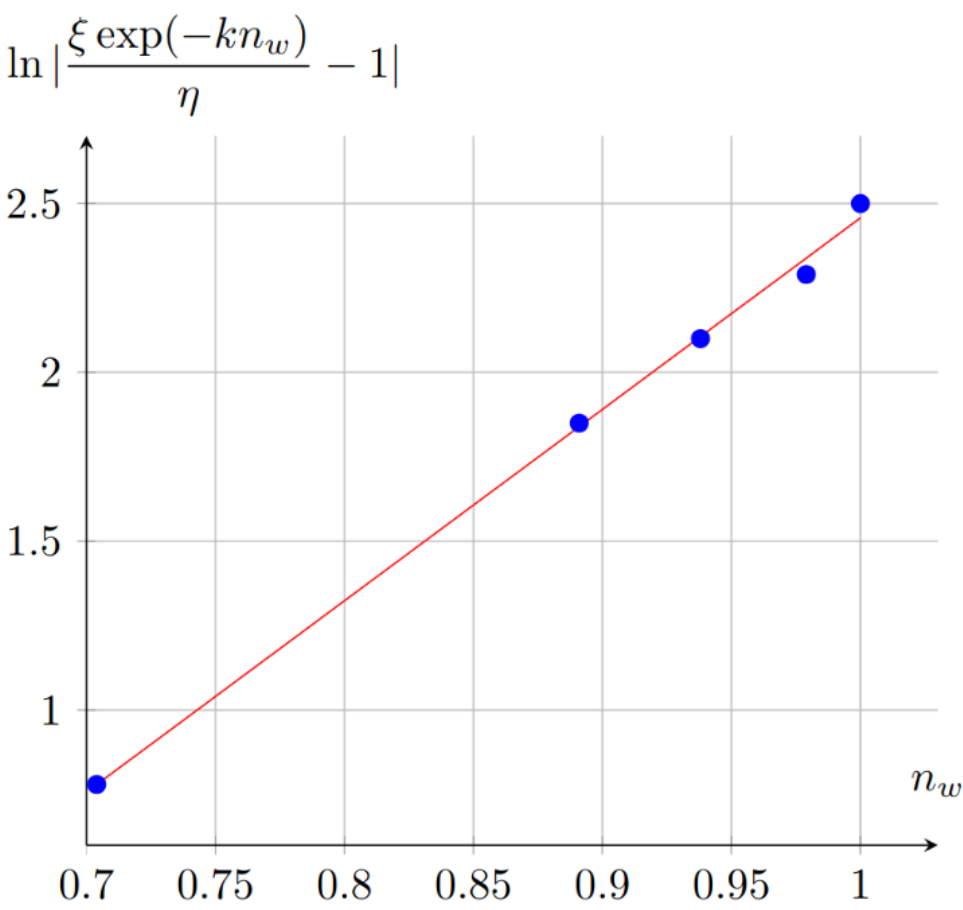
$T_g, \text{ К}$	w_g	$\eta, \text{ Па} \cdot \text{ с}$	n_w	$\ln \left \frac{\xi \exp(-kn_w)}{\eta} - 1 \right $
195.2	1.000	0.906	0	-3.92

194.8	0.996	0.839	0.020	-3.54
194.6	0.994	0.767	0.030	-4.12
193.9	0.987	0.655	0.063	-3.44
193.1	0.979	0.558	0.099	-3.28
191.8	0.965	0.479	0.156	-2.91
190.8	0.954	0.373	0.198	-4.35
188.6	0.930	0.202	0.278	-1.12
183.4	0.869	0.0674	0.435	0.02
173.0	0.728	0.0278	0.656	-0.12
170.0	0.682	0.0134	0.704	0.78
154.6	0.384	0.0026	0.891	1.85
149.3	0.252	0.0017	0.938	2.10
143.8	0.100	0.0012	0.979	2.29
140.3	0	0.0009	1	2.50

Нанесём полученные точки на график:



В диапазоне $n_w \in [0, 0.2]$ выражение под логарифмом имеет разный знак и является околонулевым, поэтому функция в этой области ведёт себя немонотонно. Для проведения прямой учитываем только точки в диапазоне $n_w \in [0.7, 1]$.



$\ln \left| \frac{\xi \exp(-kn_w)}{\eta} - 1 \right| (n_w)$ в диапазоне $n_w \in [0.7, 1]$ (не требовалось от участников)

При $n_w > 0.2$ выполняется $\frac{\xi \exp(-kn_w)}{\eta} > 1$, поэтому $a > 0$.

Проведя аппроксимирующую прямую, находим:

$b = 5.66,$
 $\ln a = -3.21,$

отсюда:

Ответ:

$a = 0.040$
 $b = 5.66$

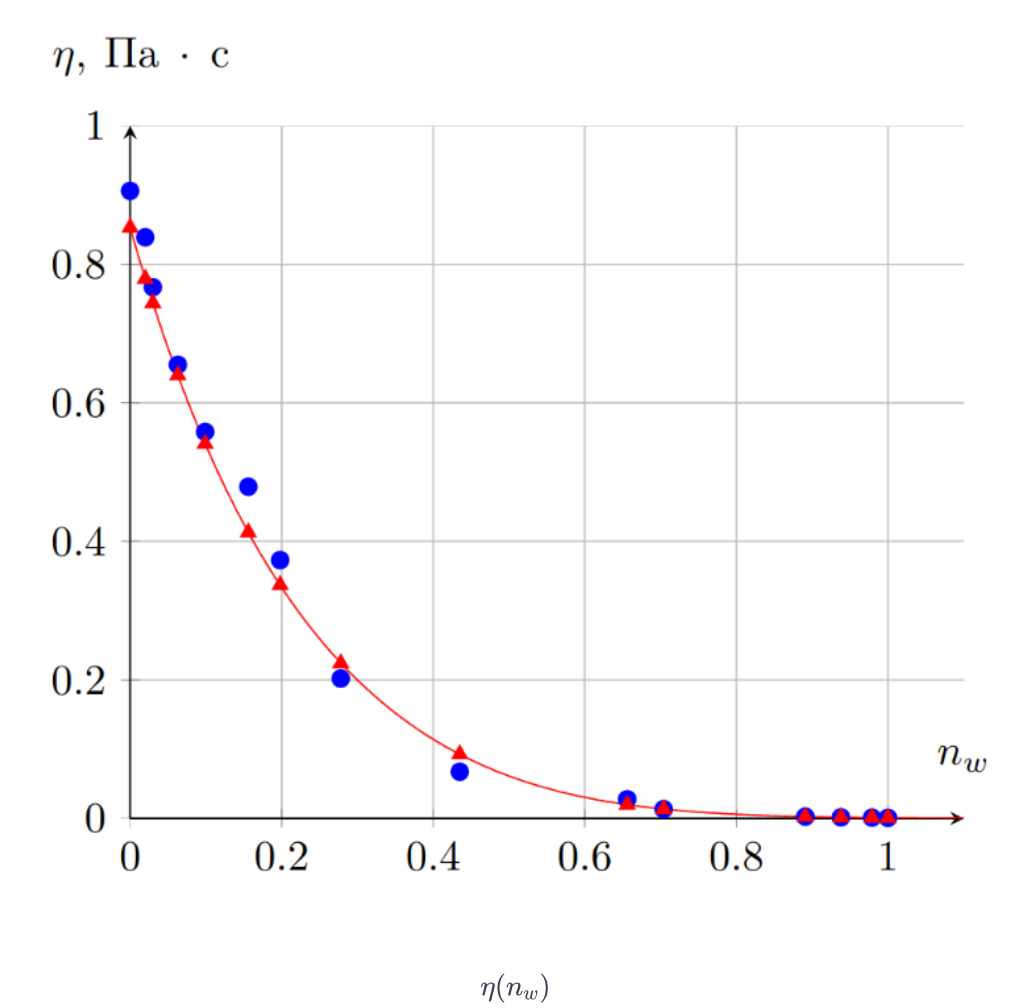
A5^{0.70} Постройте на одной миллиметровке график теоретической и экспериментальной зависимости $\eta(n_w)$. Укажите диапазон применимости полученного уравнения.

Рассчитаем значения теоретической зависимость $\eta(n_w)$:

$T_g, \text{ К}$	w_g	$\eta, \text{ Па} \cdot \text{ с}$	n_w	$\ln \eta$	$\ln \left \frac{\xi \exp(-kn_w)}{\eta} - 1 \right $	$\eta_{\text{теор}}, \text{ Па} \cdot \text{ с}$
195.2	1.000	0.906	0	-0.099	-3.92	0.853
194.8	0.996	0.839	0.020	-0.176	-3.54	0.779
194.6	0.994	0.767	0.030	-0.265	-4.12	0.744
193.9	0.987	0.655	0.063	-0.423	-3.44	0.640
193.1	0.979	0.558	0.099	-0.583	-3.28	0.541
191.8	0.965	0.479	0.156	-0.736	-2.91	0.413
190.8	0.954	0.373	0.198	-0.986	-4.35	0.337
188.6	0.930	0.202	0.278	-1.600	-1.12	0.224
183.4	0.869	0.0674	0.435		0.02	0.0926
173.0	0.728	0.0278	0.656		-0.12	0.0199
170.0	0.682	0.0134	0.704		0.78	0.0135
154.6	0.384	0.0026	0.891		1.85	0.0026

149.3	0.252	0.0017	0.938	2.10	0.0017
143.8	0.100	0.0012	0.979	2.29	0.0012
140.3	0	0.0009	1	2.50	0.0010

Построим график полученных зависимостей:



Проведя сглаживающие кривые, делаем вывод:

Ответ: Уравнение применимо на всём диапазоне ($n_w \in [0, 1]$).

В1 ^{0.40}
 Используя уравнение (2), определите температуру стеклования раствора.

Выразим w_g :

$$w_g = \frac{m_g}{m_g + m_w} = \frac{\rho_g c_g}{(\rho_g - \rho_w)c_g + \rho_w},$$

тогда:

Ответ: $T_g = (140.3 + 35.272 \frac{\rho_g c_g}{(\rho_g - \rho_w)c_g + \rho_w} - 3.879(\frac{\rho_g c_g}{(\rho_g - \rho_w)c_g + \rho_w})^2 + 23.467(\frac{\rho_g c_g}{(\rho_g - \rho_w)c_g + \rho_w})^3)K \approx 162.8\ K$

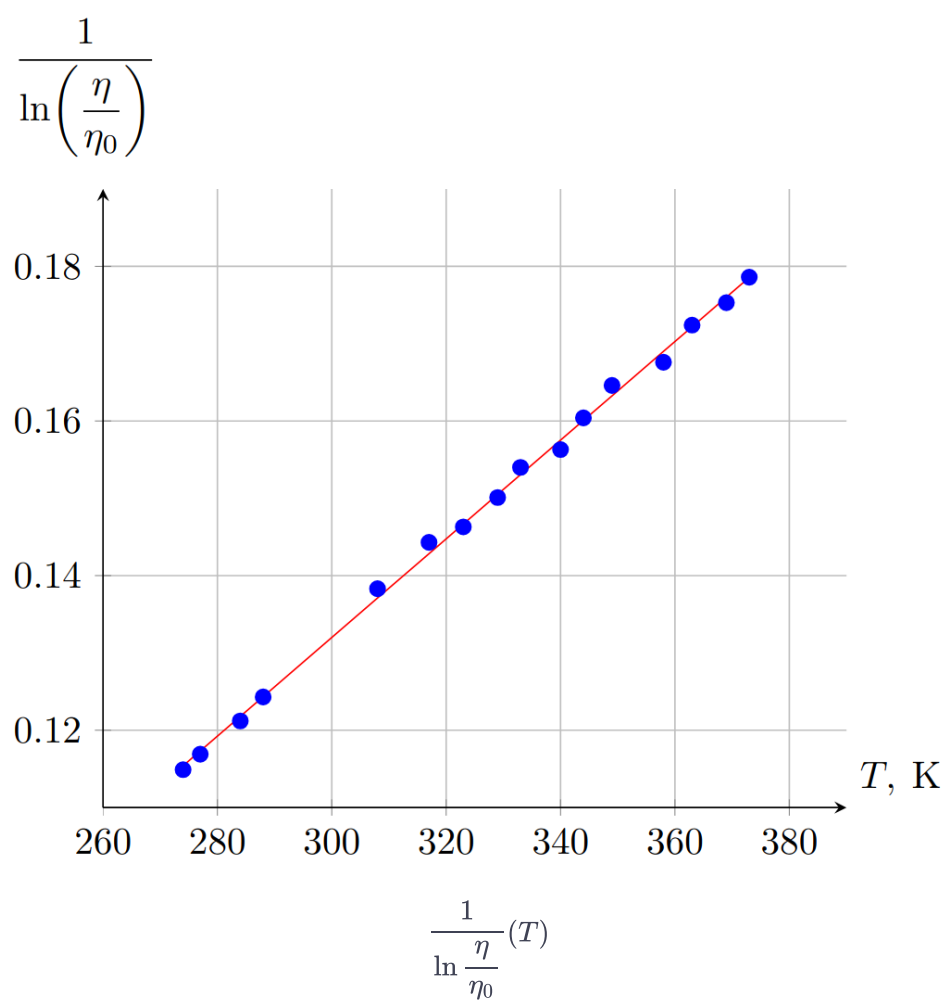
В2 ^{1.50}
 Предложите линеаризацию, позволяющую определить значения параметров D и T_0 . Построив график линеаризованной зависимости или используя метод наименьших квадратов (МНК), определите значения параметров.

Зависимость $\frac{1}{\ln \frac{\eta}{\eta_0}}(T)$ линейна с угловым коэффициентом $k = \frac{1}{DT_0}$ и свободным членом $b = -\frac{1}{D}$. Пересчитаем точке по данной формуле и построим

график линеаризованной зависимости:

$T, \text{ }^{\circ}C$	$\eta, \text{ Па} \cdot \text{ с}$	$T, \text{ К}$	$\frac{1}{\ln \frac{\eta}{\eta_0}}$
1	0.0201	274	0.1149
4	0.0173	277	0.1169
11	0.0128	284	0.1212
15	0.0104	288	0.1243

35	0.0046	308	0.1383
44	0.0034	317	0.1443
50	0.0031	323	0.1463
56	0.0026	329	0.1501
60	0.0022	333	0.1540
67	0.0020	340	0.1563
71	0.0017	344	0.1604
76	0.00145	349	0.1646
85	0.0013	358	0.1676
90	0.0011	363	0.1724
96	0.0010	369	0.1753
100	0.0009	373	0.1786



Определив параметры аппроксимирующей прямой, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{1}{D} = -0.059 \\ \frac{1}{DT_0} = 6.38 \cdot 10^{-4}\text{K}^{-1}, \end{cases}$$

откуда следует:

Ответ:

$$\begin{aligned} T_0 &= 92.5 \text{ K} \\ D &= 16.9 \end{aligned}$$

С1
0.30

Определите вязкость смеси η_n при объемной доле глицерина $c_g = 0.5$ и температуре $T = 25\text{ }^\circ\text{C}$, используя зависимость от молярной доли воды.

Уравнение, полученное для $\eta_n(n_w)$ применимо на всем диапазоне. Поэтому достаточно пересчитать c_g в n_w :

$$n_w = 1 - \frac{w_g \mu_w}{\mu_g - w_g(\mu_g - \mu_w)} = 1 - \frac{\frac{\rho_g c_g}{(\rho_g - \rho_w)c_g + \rho_w} \mu_w}{\mu_g - \frac{\rho_g c_g}{(\rho_g - \rho_w)c_g + \rho_w} (\mu_g - \mu_w)} \approx 0.80$$

и подставить в полученное уравнение. Таким образом получаем:

Ответ: $\eta_n = 6.0 \text{ мПа} \cdot \text{с}$

С2 ^{0.30} Определите вязкость смеси η_t при тех же условиях, используя зависимость от температуры.

Аналогично предыдущему пункту, подставим значение $T = 25^\circ \text{C} = 298 \text{ К}$ в уравнение, полученное в части В, откуда следует:

Ответ: $\eta_t = 6.8 \text{ мПа} \cdot \text{с}$

С3 ^{0.20} Сравните полученные результаты. Если есть расхождения, объясните причину их возникновения.

Ответ: Учитывая, что диапазон измерений большой, результаты можно признать совпадающими. Небольшое различие возникает, скорее всего, из-за неточности измерения температуры, ведь зависимость вязкости от температуры очень сильная.

D1 ^{2.00} Восстановите недостающие значения v_2 в таблице. Используйте для этого линеаризованный график зависимости $v_2(\eta)$. Используйте пустые столбцы таблицы в листе ответов для пересчета необходимых величин.

В случае гидрофильного капилляра зависимость объёмного расхода жидкости от вязкости представляется уравнением:

$$Q = \pi r^2 v = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8 \eta L} = \frac{\pi r^4 \rho g}{8 \eta}$$

, откуда следует соотношение:

$$v = k \frac{\rho}{\eta},$$

где k - постоянная величина. Плотность смеси можно рассчитать как:

$$\rho = \rho_g c_g + \rho_w c_w = \rho_w + (\rho_g - \rho_w) c_g$$

Используя выражение:

$$n_w = 1 - \frac{\frac{\rho_g c_g}{(\rho_g - \rho_w) c_g + \rho_w} \mu_w}{\mu_g - \frac{\rho_g c_g}{(\rho_g - \rho_w) c_g + \rho_w} (\mu_g - \mu_w)},$$

выразим c_g :

$$n_w (\mu_g \rho_w (1 - c_g) + \rho_g c_g \mu_w) = \mu_g \rho_w (1 - c_g)$$

$$c_g = \frac{\mu_g \rho_w (1 - n_w)}{\rho_g \mu_w + \rho_w \mu_g (1 - n_w)}$$

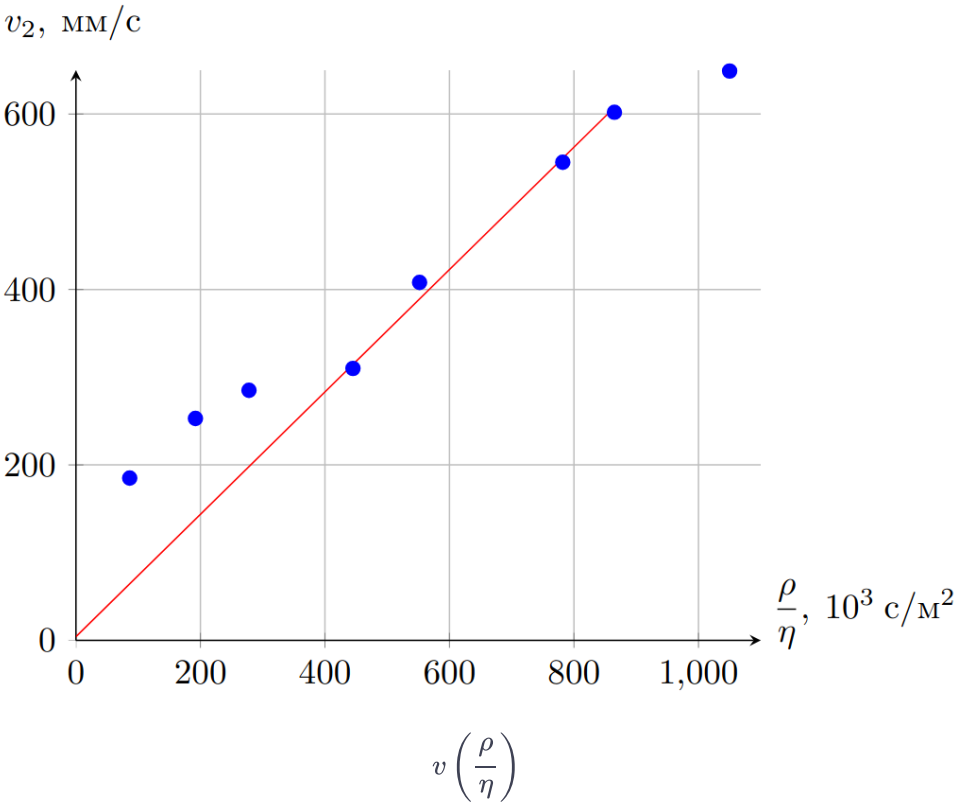
Тогда выражение для плотности смеси принимает вид:

$$\rho = \rho_w + (\rho_g - \rho_w) \frac{\mu_g \rho_w (1 - n_w)}{\rho_g \mu_w + \rho_w \mu_g (1 - n_w)}$$

Используя результаты части А, численно определим значения n_w при $\eta < \xi$, затем рассчитаем значения плотностей смесей, затем для каждого значения скорости в гидрофильном канале рассчитаем значение величины $\frac{\rho}{\eta}$ и построим график $v \left(\frac{\rho}{\eta} \right)$:

η , мПа · с	v_1 , мкм/с	v_2 , мм/с	n_w	ρ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	ρ/η , $\frac{\text{с}}{\text{м}^2} \cdot 10^3$
0.95	4.25	649	1.000	1000	1050
1.18	4.86	602	0.978	1021	865
1.32	5.03	545	0.966	1032	782
1.92	8.03	408	0.926	1060	552
2.41	9.80	310	0.905	1072	445
3.95	15.2	285	0.847	1100	278
5.81	18.2	253	0.804	1115	192

13.2	24.3	185	0.707	1141	86.4
18.4	25.5		0.666	1150	62.5
24.8	29.3		0.627	1157	46.7
72.3	38.8		0.475	1177	16.3
78.0	40.3		0.463	1178	15.1
224	51.0		0.278	1194	5.33
515	55.3		0.110	1204	2.34
989	59.4			1260	1.27
1400	65.2			1260	0.900



Прямая должна проходить через (0, 0), поэтому проводя ее по 4 точкам, находим k :

$$k = 0.674 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^3}{\text{с}^2}$$

Теперь зная k , можем восстановить зависимость $v_2(\eta)$:

η , мПа · с	v_1 , мкм/с	v_2 , мм/с	n_w	ρ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	ρ/η , $\frac{\text{с}}{\text{м}^2} \cdot 10^3$
0.95	42.5	649	1.000	1000	1050
1.18	48.6	602	0.978	1021	865
1.32	50.3	545	0.966	1032	782
1.92	80.3	408	0.926	1060	552
2.41	98.0	310	0.905	1072	445
3.95	152	285	0.847	1100	278
5.81	182	253	0.804	1115	192
13.2	243	185	0.707	1141	86.4
18.4	255	42.2	0.666	1150	62.5
24.8	293	31.5	0.627	1157	46.7
72.3	388	11.0	0.475	1177	16.3
78.0	403	10.2	0.463	1178	15.1
224	510	3.59	0.278	1194	5.33
515	553	1.58	0.110	1204	2.34

989	594	0.856	1260	1.27
1400	652	0.607	1260	0.900

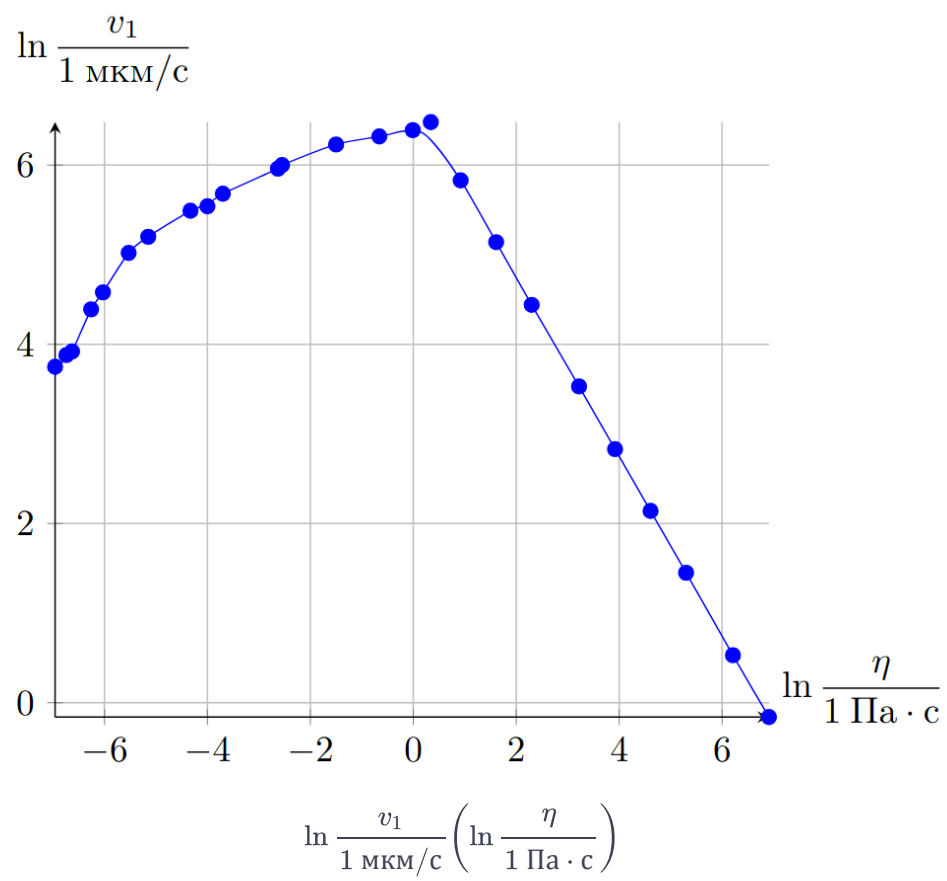
D2^{1.50}

Постройте график $v_1(\eta)$ в диапазоне от $\eta_1 = 10^{-3}$ Па · с до $\eta_2 = 10^3$ Па · с в максимально удобных для графического анализа координатах. Все точки, нанесенные на график, должны быть занесены в таблицу в листе ответов.

При больших вязкостях скорости в гидрофобном и гидрофильном капиллярах равны, при $\eta = 1.400$ Па · с $v_1 > v_2$, поэтому далее считаем, что $v_1 = v_2$ при $\eta > \eta_{max} = 1.400$ Па · с.
Занесем точки в таблицу, построим график в логарифмических координатах, так как значения исследуемых величин меняются на несколько порядков.

η , мПа · с	v_1 , мкм/с	v_2 , мм/с	n_w	ρ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	ρ/η , $\frac{\text{с}}{\text{м}^2} \cdot 10^3$	$\ln \frac{v}{1 \text{ мм/с}}$	$\ln \frac{\eta}{1 \text{ Па} \cdot \text{с}}$
0.95	42.5	649	1.000	1000	1050	3.75	-6.96
1.18	48.6	602	0.978	1021	865	3.88	-6.74
1.32	50.3	545	0.966	1032	782	3.92	-6.63
1.92	80.3	408	0.926	1060	552	4.39	-6.26
2.41	98.0	310	0.905	1072	445	4.58	-6.03
3.95	152	285	0.847	1100	278	5.02	-5.53
5.81	182	253	0.804	1115	192	5.20	-5.15
13.2	243	185	0.707	1141	86.4	5.49	-4.33
18.4	255	42.2	0.666	1150	62.5	5.54	-4.00
24.8	293	31.5	0.627	1157	46.7	5.68	-3.70
72.3	388	11.0	0.475	1177	16.3	5.96	-2.63
78.0	403	10.2	0.463	1178	15.1	6.00	-2.55
224	510	3.59	0.278	1194	5.33	6.23	-1.50
515	553	1.58	0.110	1204	2.34	6.32	-0.66
989	594	0.856		1260	1.27	6.39	-0.01
1400	652	0.607		1260	0.900	6.48	0.34
η , Па · с	v_1 , мкм/с	v_2 , мм/с	n_w	ρ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	ρ/η , $\frac{\text{с}}{\text{м}^2}$	$\ln \frac{v_1}{1 \text{ мкм/с}}$	$\ln \frac{\eta}{1 \text{ Па} \cdot \text{с}}$
2.5	340			1260	504	5.83	0.92
5.0	170			1260	252	5.14	1.61
10.0	84.9			1260	126	4.44	2.30
25.0	34.0			1260	50.4	3.53	3.22
50.0	17.0			1260	25.2	2.83	3.92
100	8.49			1260	12.6	2.14	4.61
200	4.25			1260	6.30	1.45	5.30
500	1.70			1260	2.52	0.53	6.21
1000	0.85			1260	1.26	-0.16	6.91

Нанесем полученные точки на график:



D3^{0.30}

Определите значение вязкости смеси η_{max} такое, что значение $v_2(\eta_{max})$ максимально.

Ответ:

$$\eta_{max} = 1.400 \text{ Па} \cdot \text{с}$$