

**A1** <sup>0.20</sup> Используя закон сохранения массы, выразите  $j(r)$  через  $j(r_0)$ ,  $r_0$ ,  $r$ .

Из закона сохранения массы поток  $\vec{j}$  через сферу радиусом  $r$  вокруг капли, не зависит от  $r$  и определяется только скоростью испарения капли.

$$j(r_0) \cdot 4\pi r_0^2 = j(r) \cdot 4\pi r^2.$$

Ответ:

$$j(r) = \frac{j(r_0)r_0^2}{r^2}.$$

**A2** <sup>0.30</sup> Найдите зависимость  $n(r)$  концентрации пара от расстояния до центра капли. Ответ выразите через  $n_0$ ,  $\eta$ ,  $r_0$ ,  $r$ .

Запишем поток пара, используя концентрацию:

$$j(r) = -D \frac{dn}{dr} = \frac{j(r_0)r_0^2}{r^2}.$$

Интегрируя по расстоянию от  $r$  до  $\infty$ , получаем:

$$D(n(r) - \eta n_0) = \frac{j(r_0)r_0^2}{r}.$$
$$n(r) = \eta n_0 + \frac{A}{r},$$

где  $A$  – константа определяемая из граничного условия на поверхности капли:

$$n(r_0) = n_0 = \eta n_0 + \frac{A}{r_0} \Rightarrow A = (1 - \eta)n_0 r_0.$$

Ответ:

$$n(r) = n_0 \left( \eta + (1 - \eta) \frac{r_0}{r} \right)$$

**A3** <sup>0.30</sup> Найдите начальную скорость изменения массы капли  $I_1$ . Ответ выразите через  $D$ ,  $n_0$ ,  $\eta$ ,  $r_0$ ,  $m_w$ .

Здесь и далее скоростью изменения массы капли называется  $I = -\frac{dm}{dt}$ , где  $m$  — масса капли.

Воспользуемся выражением для  $A$ :

$$A = \frac{j(r_0)r_0^2}{D} = (1 - \eta)n_0 r_0.$$
$$I_1 = m_w j(r_0) \cdot 4\pi r_0^2 = 4\pi m_w D A = 4\pi m_w D (1 - \eta) n_0 r_0.$$

Ответ:

$$I_1 = 4\pi m_w D (1 - \eta) n_0 r_0$$

**A4** <sup>0.30</sup> Найдите время полного испарения капли. Считайте, что капля испаряется достаточно медленно, так что в каждый момент времени поток можно считать установившимся. Ответ выразите через  $D$ ,  $n_0$ ,  $\eta$ ,  $r_0$ ,  $\rho_w$ ,  $m_w$ .

Воспользуемся результатом прошлого пункта ( $r_k$  — радиус капли в некоторый момент времени):

$$I_1 = -\rho_w \cdot 4\pi r_k^2 \frac{dr_k}{dt} = 4\pi m_w D (1 - \eta) n_0 r_k.$$
$$-\rho_w \cdot r_k \frac{dr_k}{dt} = m_w D (1 - \eta) n_0.$$

Проинтегрируем по времени от 0 до искомого  $t_0$ :

$$\rho_w \frac{r_0^2}{2} = m_w D (1 - \eta) n_0 t_0.$$

Ответ:

$$t_0 = \frac{\rho_w r_0^2}{2m_w D(1 - \eta)n_0}$$

A5<sup>0.30</sup>

Рассчитайте время испарения капли радиусом  $r_0 = 0.5$  мм.

Температура  $T_0 = 293$  К, коэффициент диффузии  $D = 0.25$  см<sup>2</sup>/с, давление насыщенного пара при этой температуре  $p_0 = 2.34$  кПа, влажность воздуха вдали от капли  $\eta = 0.5$ .

Для использования полученной выше формулы выразим  $n_0$ :

$$n_0 = \frac{p_0}{k_B T_0}.$$
$$t_0 = \frac{\rho_w r_0^2 k_B T_0}{2m_w D(1 - \eta)p_0}.$$

Ответ:

$$t_0 = 576 \text{ с}$$

A6<sup>0.20</sup>

Выразите производную  $N'(r)$  через  $n'(r)$ .

Здесь и далее  $n'(r) = \frac{dn(r)}{dr}$ ,  $N'(r) = \frac{dN(r)}{dr}$ .

Суммарное давление определяется суммарной концентрацией газа:

$$P = \text{const} = (N(r) + n(r)) k_B T_0.$$

Дифференцируя, получаем соотношение:

$$N'(r) + n'(r) = 0.$$

Ответ:

$$N'(r) = -n'(r)$$

A7<sup>0.50</sup>

Выразите  $v(r)$  через  $D$ ,  $N(r)$ ,  $N'(r)$ ,  $r$ .

Суммарный поток воздуха должен быть равен нулю:

$$N(r)v(r) - DN'(r) = 0.$$

Ответ:

$$v(r) = \frac{DN'(r)}{N(r)}$$

A8<sup>0.50</sup>

Выразите полный (с учётом диффузии и гидродинамического течения) поток пара от капли  $j_{\text{sum}}(r)$  через  $D$ ,  $n(r)$ ,  $n'(r)$ ,  $n_s$ ,  $r$ .

Заметим, что из постоянства давления имеем:

$$N(r) + n(r) = n_s.$$

Выразим  $v(r)$  через  $n(r)$ :

$$v(r) = -\frac{Dn'(r)}{n_s - n(r)}.$$

Тогда искомая величина:

$$j_{\text{sum}}(r) = -Dn'(r) + v(r)n(r) = -Dn'(r) \left(1 + \frac{n(r)}{n_s - n(r)}\right).$$

Ответ:

$$j_{\text{sum}}(r) = -\frac{Dn_s n'(r)}{n_s - n(r)}$$

A9<sup>0.50</sup>

Найдите зависимость  $n(r)$  концентрации пара от расстояния до центра капли. Ответ выразите через  $n_0, n_s, \eta, r_0, r$ .

Вновь воспользуемся законом сохранения массы:

$$j_{\text{sum}}(r)r^2 = \text{const} = B = -\frac{Dn_s n'(r)r^2}{n_s - n(r)}.$$

$$\frac{Bdr}{Dn_s r^2} = -\frac{dn}{n_s - n}$$

$$\frac{B}{Dn_s r} = -\ln\left(\frac{n_s - n(r)}{n_s - \eta n_0}\right)$$

Из граничного условия на поверхности капли:

$$\frac{B}{Dn_s r_0} = -\ln\left(\frac{n_s - n_0}{n_s - \eta n_0}\right) \Rightarrow B = -Dn_s r_0 \ln\left(\frac{n_s - n_0}{n_s - \eta n_0}\right).$$

$$\frac{r_0}{r} \ln\left(\frac{n_s - n_0}{n_s - \eta n_0}\right) = \ln\left(\frac{n_s - n(r)}{n_s - \eta n_0}\right)$$

Выразим  $n(r)$ .

$$\frac{n_s - n(r)}{n_s - \eta n_0} = \left(\frac{n_s - n_0}{n_s - \eta n_0}\right)^{\frac{r_0}{r}}.$$

Ответ:

$$n(r) = n_s - (n_s - \eta n_0) \left(\frac{n_s - n_0}{n_s - \eta n_0}\right)^{\frac{r_0}{r}}$$

A10<sup>0.30</sup>

Найдите начальную скорость изменения массы капли  $I_2$ . Ответ выразите через  $D, n_0, n_s, \eta, r_0, m_w$ .

Выразим  $I_2$  через  $j_{\text{sum}}(r)$ :

$$I_2 = m_w j_{\text{sum}}(r) \cdot 4\pi r^2 = 4\pi m_w B.$$

Ответ:

$$I_2 = 4\pi m_w D n_s r_0 \ln\left(\frac{n_s - \eta n_0}{n_s - n_0}\right)$$

A11<sup>0.30</sup>

Вычислите значение  $\frac{I_2 - I_1}{I_1}$ , где  $I_1, I_2$  — величины из пунктов **A3**, **A10**. Температура среды  $T_0 = 293$  К, суммарное давление воздуха и водяного пара  $P = 101.3$  кПа, остальные необходимые численные величины возьмите из пункта **A5**.

Подставим полученные ранее выражения:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{4\pi m_w D n_s r_0 \ln\left(\frac{n_s - \eta n_0}{n_s - n_0}\right)}{4\pi m_w D (1 - \eta) n_0 r_0} = \frac{n_s \ln\left(\frac{n_s - \eta n_0}{n_s - n_0}\right)}{(1 - \eta) n_0}.$$

Выражая концентрации через давления, получим:

$$\frac{I_2 - I_1}{I_1} = \frac{P \ln\left(\frac{P - \eta p_0}{P - p_0}\right)}{(1 - \eta) p_0} - 1.$$

Ответ:

$$\frac{I_2 - I_1}{I_1} \approx 0.0176$$

**B1<sup>0.30</sup>** Найдите установившееся распределение температуры в пространстве  $T(r)$  в зависимости от расстояния  $r$  до центра капли. Ответ выразите через  $T_0$ ,  $T_\infty$ ,  $r_0$ ,  $r$ .

Режим установившийся, поэтому через сферу любого радиуса  $r$  проходит одинаковый поток тепла в единицу времени:

$$q(r) \cdot 4\pi r^2 = q_0 \cdot 4\pi r_0^2.$$

По определению:

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr}.$$

Подставим  $q$  в выражение для равенство потоков тепла, разделим переменные и проинтегрируем:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{r^2} &= -\kappa \cdot \frac{1}{q_0 r_0^2} dT. \\ \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} &= -\frac{\kappa}{q_0 r_0^2} (T - T_0). \end{aligned}$$

Воспользуемся граничным условием на  $T_\infty$ :

$$q_0 = \frac{\kappa}{r_0} (T_0 - T_\infty).$$

Подставим  $q_0$  в выражение  $T(r)$  и преобразуем, получим итоговый ответ:

$$T = T_\infty + (T_0 - T_\infty) \cdot \frac{r_0}{r}.$$

Ответ:

$$T = T_\infty + (T_0 - T_\infty) \cdot \frac{r_0}{r}$$

**B2<sup>0.20</sup>** Определите мощность  $J$ , подводимую к капле в начальный момент времени за счёт теплопроводности воздуха. Ответ выразите через  $\kappa$ ,  $T_0$ ,  $T_\infty$ ,  $r_0$ .

Подставим  $q_0$  из прошлого пункта в тепловой поток  $J$ .

$$J = q_0 \cdot 4\pi r_0^2 = 4\pi r_0 \kappa (T_\infty - T_0).$$

Ответ:

$$J = 4\pi r_0 \kappa (T_\infty - T_0)$$

**B3<sup>1.50</sup>** Определите начальную скорость изменения массы капли. Ответ выразите  $T_0$ ,  $T_\infty$ ,  $D_\infty$ ,  $m_w$ ,  $k_B$ ,  $p(T_0)$ ,  $p(T_\infty)$ ,  $r_0$ ,  $\eta$ ,  $\alpha$ .

**Примечание.** В интегралах вида

$$\int f\left(\frac{1}{x}\right) \frac{dx}{x^2}$$

может быть полезна замена переменной  $y = 1/x$ .

По условию  $D(T) = D_\infty \left(\frac{T}{T_\infty}\right)^\alpha$ . Запишем диффузионный поток пара:

$$\Phi = j(r_0) \cdot 4\pi r_0^2 = -4\pi \cdot r^2 \cdot D_\infty \left(\frac{T}{T_\infty}\right)^\alpha \cdot \frac{dn}{dr}.$$

Разделим переменные:

$$\frac{dr}{r^2 \left(1 - \left(1 - \frac{T_0}{T_\infty}\right) \cdot \frac{r_0}{r}\right)^\alpha} = -\frac{4\pi D_\infty dn}{\Phi}.$$

Обратим внимание, что в данной задаче, как и в решении задач гравитации, нам поможет замена Бине, ведь

$$d\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{1}{r^2} dr.$$

Преобразуем выражение, после чего проинтегрируем:

$$\frac{d\left(1 - \left(1 - \frac{T_0}{T_\infty}\right) \cdot \frac{r_0}{r}\right)}{\left(1 - \left(1 - \frac{T_0}{T_\infty}\right) \cdot \frac{r_0}{r}\right)^\alpha \cdot r_0 \left(1 - \frac{T_0}{T_\infty}\right)} = -\frac{4\pi D_\infty dn}{\Phi}.$$

$$\frac{1}{\left(1 - \left(1 - \frac{T_0}{T_\infty}\right)\right)^{\alpha-1}} - \frac{1}{\left(1 - \left(1 - \frac{T_0}{T_\infty}\right) \cdot \frac{r_0}{r}\right)^{\alpha-1}} = -\frac{4\pi D_\infty \left(1 - \left(1 - \frac{T_0}{T_\infty}\right)\right) r_0 (\alpha - 1) (n - n_0)}{\Phi}.$$

Учтём, что на большом расстоянии  $r$ :

$$n(\infty) = \frac{\eta \cdot p(T_\infty)}{k_B T_\infty},$$

Возле капли:

$$n(r_0) = \frac{p(T_0)}{k_B T_0}.$$

Теперь подставив в интеграл граничное условие на большое расстояние  $r$ , получим выражение для диффузионного потока  $\Phi$ :

$$\Phi = \frac{4\pi D_\infty r_0 \left(1 - \frac{T_0}{T_\infty}\right) \left(\frac{p(T_0)}{k_B T_0} - \eta \cdot \frac{p(T_\infty)}{k_B T_\infty}\right) (\alpha - 1)}{\left(\frac{T_\infty}{T_0}\right)^{\alpha-1} - 1}.$$

Свяжем поток  $\Phi$  со скоростью изменения массы  $I$ :

$$I = \Phi \cdot m_w.$$

Подставим сюда  $\Phi$  и получим итоговый ответ:

$$I = \frac{4\pi D_\infty r_0 m_w \left(1 - \frac{T_0}{T_\infty}\right) \left(\frac{p(T_0)}{k_B T_0} - \eta \cdot \frac{p(T_\infty)}{k_B T_\infty}\right) (\alpha - 1)}{\left(\frac{T_\infty}{T_0}\right)^{\alpha-1} - 1}.$$

Ответ:

$$I = \frac{4\pi D_\infty r_0 m_w \left(1 - \frac{T_0}{T_\infty}\right) \left(\frac{p(T_0)}{k_B T_0} - \eta \cdot \frac{p(T_\infty)}{k_B T_\infty}\right) (\alpha - 1)}{\left(\frac{T_\infty}{T_0}\right)^{\alpha-1} - 1}$$

B4<sup>0.30</sup>

Из условия теплового баланса капли получите уравнение, связывающее  $T_0$ ,  $T_\infty$ ,  $\kappa$ ,  $D_\infty$ ,  $L$ ,  $m_w$ ,  $k_B$ ,  $p(T_0)$ ,  $p(T_\infty)$ ,  $r_0$ ,  $\eta$ ,  $\alpha$ .

Запишем уравнение теплового баланса:

$$-L dm = dQ = 4\pi r_0 \kappa (T_\infty - T_0) dt.$$

Подставив сюда выражение для  $\Phi$ , получаем итоговый ответ:

$$\frac{\kappa T_\infty k_B}{L D_\infty m_w (\alpha - 1)} = \frac{\frac{p(T_0)}{T_0} - \frac{\eta \cdot p(T_\infty)}{T_\infty}}{\left(\frac{T_\infty}{T_0}\right)^{\alpha-1} - 1}.$$

Ответ:

$$\frac{\kappa T_\infty k_B}{L D_\infty m_w (\alpha - 1)} = \frac{\frac{p(T_0)}{T_0} - \frac{\eta \cdot p(T_\infty)}{T_\infty}}{\left(\frac{T_\infty}{T_0}\right)^{\alpha-1} - 1}$$

B5<sup>1.20</sup>

Рассчитайте температуру капли  $T_0$  с точностью до десятых долей кельвина. Используйте следующие численные значения:

- $T_\infty = 293.0$  К
- $p(T_\infty) = 2.34$  кПа
- $\kappa = 26.0$  мВт/(м · К)
- $D_\infty = 0.25$  см<sup>2</sup>/с
- $r_0 = 0.5$  мм

- $\eta = 0.5$
- $\alpha = 1.8$  (хорошее приближение для водяного пара)

Решить такое уравнение аналитически не представляется возможным, поэтому обратимся к численным методам (метод простых итераций, таблицы в калькуляторе или любой другой рабочий метод):  
Подставим  $p(T_0)$  через  $p(T_\infty)$  из закона Клапейрона-Клаузиуса в последнее уравнение, подставим все известные численные значения величин, получим такое уравнение на  $T_0$ :

$$77.5283 = \frac{\frac{2340 \text{ K}}{T_0} \cdot \exp\left(4895.31 \text{ K} \cdot \left(\frac{1}{293 \text{ K}} - \frac{1}{T_0}\right)\right) - 3.99317}{\left(\frac{293 \text{ K}}{T_0}\right)^{0.8} - 1}.$$

Численный ответ легко получить при помощи калькулятора:

$$T_0 = 286.1 \text{ K}.$$

Ответ:

$$T_0 = 286.1 \text{ K}$$

**C1<sup>0.50</sup>** Найдите время полного испарения капли. Ответ выразите через  $r_0$ ,  $\rho_w$ ,  $D$ ,  $n_0$ ,  $r_\sigma$ .

С учётом того, что температура везде одинакова и равна  $T_0$ , выходит:

$$n_r = n_0 \left(1 + \frac{r_\sigma}{r}\right).$$

Выражение для диффузионного потока выглядит всё ещё так:

$$j = -D \frac{dn}{dr}.$$

Поток частиц  $\Phi = const = j(r) \cdot 4\pi r^2 = j(r_0) \cdot 4\pi r_0^2$ . Разделим переменные:

$$\frac{\Phi}{4\pi D} \cdot \frac{dr}{r^2} = dn.$$

Проинтегрируем от  $r_0$  до бесконечности:

$$\frac{\Phi}{4\pi D \cdot r_0} = n_0 \cdot \frac{r_\sigma}{r_0}.$$

Итак,

$$\Phi = 4\pi D r_\sigma n_0$$

$$\frac{dm}{dt} = -m_w \cdot \Phi = -4\pi D r_\sigma n_0 m_w,$$

то есть производная массы капли по времени не зависит от радиуса капли  $r$ , поэтому:

$$\tau = \frac{\rho_w r_0^3}{3D r_\sigma n_0 m_w}.$$

Ответ:

$$\tau = \frac{\rho_w r_0^3}{3D r_\sigma n_0 m_w}$$

**C2<sup>0.30</sup>** Рассчитайте время испарения капли тумана радиусом  $r_0 = 10^{-5}$  м. Температура  $T_0 = 293$  К, давление насыщенного пара при этой температуре  $p_0 = 2.34$  кПа, коэффициент диффузии  $D = 0.25 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $r_\sigma = 1.08 \cdot 10^{-9}$  м.

Из уравнения состояния идеального газа:

$$n_0 = \frac{p_0}{k_B T},$$

откуда:

$$\tau = \frac{\rho_w r_0^3 k_B T}{3D r_\sigma p_0 m_w} = 711 \text{ с}.$$

Ответ:

$$\tau = \frac{\rho_{\text{w}} r_0^3 k_{\text{B}} T}{3 D r_{\sigma} p_0 m_{\text{w}}} = 711 \text{ с}$$

D1 0.40

Покажите, что скорость изменения массы  $I$  капли в таком случае пропорциональна заряду проводника  $q$  в эквивалентной электрической системе. Определите отношение  $I/q$ . Ответ выразите через  $\varepsilon_0$ ,  $\gamma$ ,  $D$ ,  $m_{\text{w}}$ .

Воспользуемся аналогией диффузии и электростатики с учётом теоремы Гаусса:

$$I = -\frac{dm}{dt} = m_{\text{w}} \cdot \int \left( \vec{j}(r) \cdot d\vec{S} \right) = m_{\text{w}} \cdot \gamma \cdot D \cdot \int \left( \vec{E} \cdot d\vec{S} \right) = \frac{m_{\text{w}} \cdot \gamma \cdot D}{\varepsilon_0} \cdot q,$$

откуда:

$$q = I \cdot \frac{\varepsilon_0}{m_{\text{w}} \gamma D}$$

коэффициент пропорциональности  $\frac{I}{q}$  равен:

$$\frac{I}{q} = \frac{m_{\text{w}} \gamma D}{\varepsilon_0}.$$

Ответ:

$$\frac{I}{q} = \frac{m_{\text{w}} \gamma D}{\varepsilon_0}$$

D2 0.60

Найдите скорость изменения массы капли произвольной формы, если проводник такой же формы имеет электрическую ёмкость  $C$ . Капля имеет температуру  $T_0$ , концентрация насыщенного пара при этой температуре равна  $n_0$ , вдали от капли относительная влажность воздуха  $\eta$ . Также в ответе используйте  $m_{\text{w}}$ ,  $D$ ,  $\varepsilon_0$ .

По определению ёмкости  $C$  уединённого проводника:

$$C = \frac{q}{\varphi_{\text{пров}} - \varphi_{\infty}}.$$

В электростатике обычно выбирают  $\varphi_{\infty} = 0$ , однако в нашей аналогии  $n_{\infty} \neq 0 \Rightarrow \varphi_{\infty} \neq 0$ . Подставим в данное соотношение  $q$  через  $I$ , полученное в пункте D1:

$$I \cdot \frac{\varepsilon_0}{m_{\text{w}} \gamma D} = C \cdot \frac{n - n_{\infty}}{\gamma} = C \cdot \frac{(1 - \eta) \cdot n_0}{\gamma},$$

откуда получаем итоговый ответ:

$$I = \frac{C m_{\text{w}} D n_0 (1 - \eta)}{\varepsilon_0}.$$

Ответ:

$$I = \frac{C m_{\text{w}} D n_0 (1 - \eta)}{\varepsilon_0}$$

D3 1.00

Найдите  $\frac{I' - I}{I}$ . Ответ выразите через  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $l$ .

Решать вновь будем при помощи аналогии с электростатикой. Обозначим величины зарядов шариков  $r_1$  и  $r_2$  за  $q_1$  и  $q_2$  соответственно. Теперь воспользуемся соотношением  $\varphi(\vec{r}) = \gamma \cdot n(\vec{r})$  для обоих шариков, учитывая потенциалы, который создают шарики друг на друга:

$$\varphi_1 - \varphi_{\infty} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot l} = \frac{n_0 \cdot (1 - \eta)}{\gamma}$$

$$\varphi_2 - \varphi_{\infty} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r_2} + \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot l} = \frac{n_0 \cdot (1 - \eta)}{\gamma}.$$

Из второго уравнения выразим  $q_2$  и подставим его в первое уравнение:

$$q_2 = \frac{n_0 \cdot (1 - \eta)}{\gamma} \cdot 4\pi\varepsilon_0 r_2 - q_1 \cdot \frac{r_2}{l},$$

$$\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \cdot r_1} + \frac{n_0 \cdot \frac{1-\eta}{\gamma} \cdot 4\pi\epsilon_0 \cdot r_2 - \frac{q_1 \cdot r_2}{l}}{4\pi\epsilon_0 \cdot l} = \frac{n_0 \cdot (1-\eta)}{\gamma}.$$

Выразим отсюда  $q_1$ , после чего подставим его в связь  $q_1$  и  $I_1$ , полученную в пункте  $D1$ .

$$q_1 = \frac{\frac{n_0 \cdot (1-\eta)}{\gamma} \cdot \left(1 - \frac{r_2}{l}\right)}{1 - \frac{r_1 r_2}{l^2}} \cdot 4\pi\epsilon_0 r_1,$$

$$I' = 4\pi m_{\text{w}} \cdot n_0 \cdot D \cdot r_1 \cdot \frac{(1-\eta) \left(1 - \frac{r_2}{l}\right)}{1 - \frac{r_1 \cdot r_2}{l^2}} \approx 4\pi m_{\text{w}} \cdot n_0 \cdot D \cdot r_1 \cdot (1-\eta) \cdot \left(1 - \frac{r_2}{l}\right).$$

Чтобы получить выражение для  $I$ , нужно устремить  $l \rightarrow \infty$  в последнем выражении. Получим итоговый ответ:

$$\frac{I' - I}{I} = -\frac{r_2}{l}.$$

Ответ:

$$\frac{I' - I}{I} = -\frac{r_2}{l}$$